

Вплив похибки інтерполяції степеневих спектрів з нецілими показниками степеня на точність чисельного обчислення інтегрального перетворення Фур'є

Флюнт О. Є.

*Факультет електроніки Львівського національного університету імені Івана Франка,
flunt@electronics.lnu.edu.ua*

Effect of an interpolation error on numerical calculation of integral Fourier transform of fractional power spectra has been analyzed. For appreciation of accuracy interval it is proposed to calculate of Fourier integral for two interpolation dependencies drawn below and above the frequency spectra. Appreciation of confidence ranges of Fourier transform of fractional power frequency spectra $\omega^{-(1-n)}$ has been carried out as for small, so for large exponent n ($0 < n < 1$).

Задача чисельного обчислення інтегрального перетворення Фур'є важлива як у сучасній фізиці конденсованого стану, так і для аналізу степеневих залежностей у комп'ютерних системах. Зокрема у діелектричній спектроскопії твердих тіл і рідин часто потрібно переходити від імпульсних характеристик, отриманих як залежності від часу, до частотних спектрів, отриманих у частотному просторі, і навпаки. Інтерполяція залежностей, які відомі в окремих точках, за допомогою кубічних сплайнів є одним з найкращих методів отримання значень функцій між відомими точками, оскільки кубічні сплайни дозволяють згладжувати не лише значення функції у точках дотику між сусідніми відрізками, але і її першу та другу похідну. До того ж, їхнє використання дозволяє проводити обчислення перетворення Фур'є спектрів, відстані між точками яких неоднакові за величиною [1, 2]. Це важлива перевага методу, оскільки відстані між точками реальних спектрів переважно зростають з підвищенням частоти відповідно до експоненціального закону. Метод приводить до виразів, які є точними

результатами аналітичного обчислення інтегралів виду $a_i \int_{\omega_{m-1}}^{\omega_m} \omega^i \cos(\omega t) d\omega$ з

$i = 0, 1, 2, 3$. Проте для реалізації аналітичного методу обчислення інтегрального перетворення Фур'є за допомогою інтерполяції експериментальних частотних залежностей кубічними сплайнами необхідне використання чисел з високою розрядністю: більшою ніж 18-19 значущих цифр [1, 2]. Високу точність обчислень можна реалізувати за допомогою бібліотеки високоточних обчислень MPFR [1, 3], яка поширюється за ліцензією GNU Lesser GPL.

Оскільки частотні спектри часто підлягають степеневим залежностям від частоти з нецілими значеннями показника степеня, то сплайнів третього порядку повинно бути цілком достатньо для максимально адекватного

відтворення форми спектра. Проте, зрозуміло, що завжди буде присутня певна чисельна похибка точності відтворення значення спектра на певній частоті, яка в свою чергу може приводити до похибки форми інтегрального перетворення Фур'є. Тому важливою є задача оцінки точності перетворення Фур'є, яка зумовлена неточністю інтерполяції експериментальних залежностей заданих тільки у певних точках. Надалі для оцінки можливої похибки, зумовленої неточністю інтерполяції, будемо вважати, що значення частотних залежностей у заданих точках є точними; оцінювати будемо як можливі похибки інтерполяції спектра між заданими точками можуть вплинути на форму інтегрального перетворення Фур'є.

Спектри дійсної частини діелектричної проникності твердих тіл в діапазоні низьких та радіочастот є переважно монотонно спадними функціями. Тому похідна в будь якій відомій точці не перевищує значення, обчислене як середнє на наступному відрізку від f_i до f_{i+1} . Тому лінійна апроксимація на певному відрізку буде мати у кожній точці значення, яке не менше за фактичне значення спектра, а інтеграл від неї буде не меншим за значення інтеграла від справжньої спектральної залежності.

Для знаходження нижньої межі інтеграла використаємо ту властивість спектра, що похідна записана як $(C_i - C_{i-1})/(f_i - f_{i-1})$, де C_i і C_{i-1} – значення спектра на частотах f_i і f_{i-1} , відповідно, буде перевищувати фактичне значення похідної у точці f_i . Середня похідна на відрізку від f_{i+1} до f_{i+2} буде дещо меншою за фактичне її значення у точці f_{i+1} . Тому інтерполяція за допомогою кубічного сплайна з накладання умов прирівнювання похідних до їхніх середніх значень на сусідніх відрізках для монотонно спадної функції дасть інтерполяційну залежність, значення якої у кожній з точок не буде перевищувати справжні значення спектра.

Такий самий підхід можна застосувати для зростаючих ділянок спектра, які часто можна зустріти на залежностях діелектричних втрат від частоти. У цьому разі верхню і нижню межі інтеграла на кожному з відрізків треба поміняти місцями.

Надалі розглянемо два граничні випадки: коли підінтегральний вираз інтегрального перетворення Фур'є є неосцилюючим (коли $\omega t \ll 1$) і осцилюючим ($\omega t \gg 1$). Результати обчислення показують, що кусково-лінійна апроксимація приводить до незначного відхилення (порядку 1-2 %) значення інтегралів на проміжках для відрізків без осциляцій (рис. 1), великі відносні похибки можуть виникати за умови однієї осциляції на відрізок, які значно зменшуються за умови більшої кількості осциляцій.

З рис. 2 видно, що інтеграл Фур'є, обчислений у широкому частотному діапазоні (наприклад, 1 Гц – 1 МГц) буде мати значно менші межі можливої сумарної похибки зумовленої неточністю інтерполяції спектра, що можна пояснити сумарним вкладом як сильно-чутливих до точності інтерполяції фрагментів (з порядком однієї осциляції на відрізок), так і слабо-чутливих (без осциляцій або з великою кількістю осциляцій на відрізок).

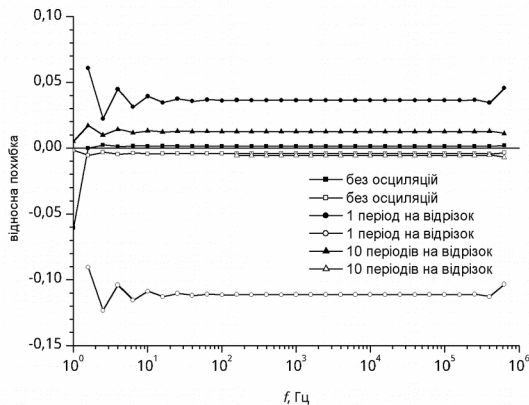


Рис. 1. Верхня та нижня допустимі межі значень для косинус інтеграла Фур'є від неосцилюючих та осцилюючих підінтегральних виразів на кожному з відрізків від f_{i-1} до f_i для степеневого спектра з $1-n = 0,2$

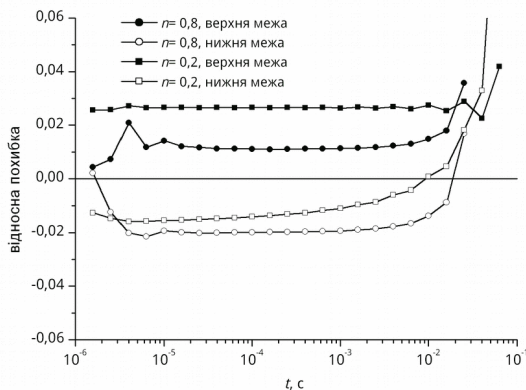


Рис. 2. Межі відносних похибок значень для косинус інтеграла Фур'є від степеневих спектрів з $1-n = 0,2$ та $0,8$ заданих на частотному проміжку від 1 Гц до 1 МГц

Отже запропонований метод можна використовувати для встановлення максимальних меж можливих відносних похибок чисельного перетворення Фур'є методом апроксимації кубічними сплайнами частотних степеневих спектрів, зумовлених неточністю інтерполяції. Також можна стверджувати, що можлива похибка, зумовлена неточностями інтерполяції частотних залежностей, значно менша, від можливих похибок, зумовлених відсутністю вкладів інтеграла Фур'є на нижчих та вищих частотах поза межами

частотного діапазону, на якому форма спектра відома [1, 2].

Джерела:

1. Флюнт О. Вплив розрядності чисел на правильність та точність чисельного розрахунку перехідних діелектричних характеристик / О. Флюнт // Вісник Львів. ун-ту. Серія фізична. – 2013. – Вип. 48. – С. 270–278.
2. Флюнт О. Розрахунок перехідної характеристики низькоомних шаруватих кристалів GaSe // Вісник Львів. ун-ту. Сер. фіз. 2009. – Вип. 44. – С. 226–233.
3. The Multiple Precision Floating-Point Reliable Library // The MPFR team. – 2013. – 56 p. – <http://www.mpf.fr/mpfr-current/mpfr.pdf>.

Створення інформаційно-аналітичної системи самооцінювання освітньої діяльності педагогічного університету **Франчук В.М., Франчук Н.П.**

*Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,
v.m.franchuk@npu.edu.ua, n.p.franchuk@npu.edu.ua*

The research is devoted to the creation of information and analytical system of self-assessment pedagogical university. For creation of the system used free distributed software for the developing web applications.

Вступ. Під самооцінюванням освітньої діяльності педагогічного університету розуміється всебічне (або сегментне) обстеження освітньої установи (або її структурного підрозділу), підсумком якого є формування інформаційної бази для подальшого аналізу та удосконалення процесів освітньої діяльності в установі. Самооцінювання використовується педагогічним університетом також для порівняння своєї діяльності з кращими в певному класі досягненнями інших педагогічних університетів чи показниками світового рівня в цій галузі (бенчмаркінг), а також може бути корисним у разі порівняння з поставленими раніше цілями при повторному оцінюванні ступеня досягнення цих цілей.

Постановка задачі. Проблема полягає в необхідності створення інформаційно-аналітичної системи самооцінювання діяльності педагогічного університету, яка б відображала реальний стан освітніх процесів у педагогічному університеті з використанням об'єктивних показників, критеріїв якості освіти.

Мета. Розроблення методологічного підходу застосування інформаційно-комунікаційних технологій для самооцінювання освітньої діяльності педагогічного університету.

Основна частина. В основу самооцінювання діяльності педагогічних університетів потрібно покласти модель, яка надасть можливість, використовуючи критерії і підкритерії, сформулювати перелік вимог до рівня організації навчально-виховного процесу у педагогічному університеті.

Для реалізації цієї моделі було розроблено критерії оцінювання для: